Типовые задачи по теории вероятностей.

Копылов С.А., Копылова Е.А.
ks@vpti.vladimir.ru

Владимир, 1997

Содержание

1 Случайные события. Вероятности.

1.1 Понятие случайного события.

Построить множество элементарных исходов Ω по описанию эксперимента и подмножества, соответствующие указанным событиям A и B. Найти вероятности событий A и B.

Пример. Бросается игральная кость. Наблюдаемый результат — число очков, выпавших на верхней грани.
$A = \{$выпало чётное число очков$\}$,
$B = \{$выпавшее число очков делится на 3$\}$.

Решение. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},\ A = \{2, 4, 6\},\ B = \{3, 6\}$.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \qquad P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

1.1.1. Из четырёх карточек с номерами $1, 2, 3, 4$ последовательно без возвращения наугад выбирают две. Наблюдаемый результат — упорядоченные наборы номеров двух извлечённых карточек.
$A = \{$выбраны две карточки с чётными номерами$\}$,
$B = \{$выбрана карточка с номером 1$\}$.

1.1.2. Бросаются две игральные кости. Наблюдаемый результат — упорядоченная пара чисел, соответствующих выпавшим очкам.
$A = \{$оба раза выпало одинаковое число очков$\}$,
$B = \{$ни разу не выпало число шесть$\}$.

1.1.3. Три занумерованных шара раскладываются наудачу по 2 ящикам. В каждый ящик может поместиться любое число шаров. Наблюдаемый результат — тройка чисел (i, j, k), где i, j, k — номера ящиков, в которые попал соответственно первый, второй и третий шары.
$A = \{$первый ящик пустой$\}$,
$B = \{$в первый ящик попало больше шаров,чем во второй$\}$.

1.1.4. Два студента выбирают независимо друг от друга день работы в читальном зале (понедельник, вторник, среда, четверг). Наблюдаемый результат — упорядоченная пара дней, выбранных студентами.
$A = \{$студенты выбрали один и тот же день$\}$,
$B = \{$студенты выбрали разные дни$\}$.

1.1.5. Три молекулярные цепочки некоторого полимера реагируют с кислородом. Каждая цепочка может прореагировать с $0, 1, 2$ молекулами кислорода. Наблюдаемый результат — тройка чисел (i, j, k), где i, j, k — количество молекул кислорода, прореагировавших с первой, второй и третьей цепочками.
$A = \{$хотя бы одна цепочка присоединила две молекулы кислорода$\}$,
$B = \{$ровно одна цепочка прореагировала с одной молекулой кислорода$\}$.

1.1.6. Выбирается случайным образом семья с тремя детьми разного возраста. Наблюдаемый результат — пол старшего, среднего и младшего ребёнка.
$A = \{$старший ребёнок девочка$\}$,
$B = \{$в семье больше мальчиков, чем девочек$\}$.

1.1.7. Из разрезной азбуки было составлено слово “кот”. Ребенок рассыпал буквы и сложил их произвольным образом.

$A = \{$хотя бы одна буква попала на свое место$\}$,
$B = \{$ни одна буква не попала на свое место$\}$.

1.1.8. Три мальчика играют показывая одновременно друг другу либо кулак (камень), либо два пальца (ножницы), либо ладонь (бумага). Ножницы выигрывают у бумаги, камень — у ножниц, а бумага — у камня. Если показано три одинаковых или три разных предмета — фиксируется ничья. Наблюдаемый результат — три предмета, показанные мальчиками.
$A = \{$выиграл первый мальчик$\}$,
$B = \{$ничья$\}$.

1.1.9. В старинной индейской игре Тонг два игрока одновременно показывают друг другу либо один, либо два, либо три пальца. Наблюдаемый результат — пара чисел (i, j) , где i, j — число пальцев, показанное первым и вторым игроками соответственно.
$A = \{$общее число пальцев чётно$\}$,
$B = \{$общее число пальцев больше четырёх$\}$.

1.1.10. Опыт состоит в случайном выборе одного элемента из множества (a, b) и одного элемента из множества (a, b, c). Наблюдаемый результат — упорядоченная пара выбранных элементов.
$A = \{$выборка состоит из разных элементов$\}$,
$B = \{$в выборке нет ни одного элемента $a\}$.

1.1.11. Два равных по силе противника играют теннисный матч из трёх партий. Каждая партия заканчивается либо выигрышем либо проигрышем одного из участников. Наблюдаемый результат — итоги первой, второй и третьей партий для первого игрока.
$A = \{$первый игрок выиграл хотя бы одну партию$\}$,
$B = \{$первый игрок выиграл больше партий, чем проиграл$\}$.

1.1.12. Из трёх мужчин (Андрей, Борис, Виктор) и двух женщин (Галина, Дина) случайным образом избирается комиссия в составе двух человек. Наблюдаемый результат — состав комиссии.
$A = \{$в комиссии нет женщин$\}$,
$B = \{$в комиссии одна женщина$\}$.

1.1.13. Из цифр $1, 2, 3, 4, 5$ составляют всевозможные двузначные числа (цифры не повторяются). Наблюдаемый результат — получившееся двузначное число.
$A = \{$полученное число делится на $4\}$,
$B = \{$получилось простое число$\}$.

1.1.14. Из цифр $1, 2, 3, 4, 5, 6$ случайным образом выбираются две. Наблюдаемый результат — (неупорядоченное) множество из двух цифр.
$A = \{$выбраны две соседние цифры$\}$,
$B = \{$выбраны нечётные цифры$\}$.

1.1.15. Бросаются два правильных тетраэдра, грани которых пронумерованы числами $1, 2, 3, 4$. Наблюдаемый результат — два упорядоченных числа, выпавшие на нижних гранях.
$A = \{$сумма выпавших чисел не превосходит $4\}$,
$B = \{$сумма выпавших чисел делится на $2\}$.

1.1.16. Бросаются три чертёжные линейки, в поперечном сечении представляющие собой равносторонний треугольник, грани которого пронумерованы числа-

ми $1, 2, 3$. Наблюдаемый результат — три упорядоченных числа, выпавших на нижних гранях.
$A = \{$выпали разные числа$\}$,
$B = \{$сумма выпавших чисел больше четырёх$\}$.

1.1.17. В состав ДНК входит 4 нуклеотида: аденин (A), тимин (T), гуанин (G) и цитозин (C). Одной аминокислоте синтезируемого белка соответствует упорядоченный набор из трёх нуклеотидов. Наблюдаемый результат — упорядоченный набор из трёх нуклеотидов.
$A = \{$два первых нуклеотида одинаковые$\}$,
$B = \{$все нуклеотиды разные$\}$.

1.1.18. Два орудия стреляют случайным образом по трём самолётам с номерами $1, 2, 3$. Наблюдаемый результат — пара чисел (i, j), где i, j — номера самолётов, по которым выстрелили первое и вторœ орудия.
$A = \{$орудия выстрелили по разным самолетам$\}$,
$B = \{$орудия выстрелили по одному самолету$\}$.

1.1.19. Монета подбрасывается четыре раза. Наблюдаемый результат — последовательное появление гербов или цифр на верхней стороне монеты.
$A = \{$выпало больше гербов, чем цифр$\}$,
$B = \{$герб выпал два раза подряд$\}$.

1.1.20. Из цифр $0, 1, 2, 3$ наудачу выбирают последовательно три цифры. Наблюдаемый результат — упорядоченная тройка выбранных цифр.
$A = \{$выбранные цифры образуют трёхзначное число$\}$,
$B = \{$выбранные цифры образуют трёхзначное число, делящееся на 3$\}$.

1.1.21. Из пяти первых букв алфавита выбирают последовательно наудачу две буквы. Наблюдаемый результат — получившееся слово.
$A = \{$в слове есть буква “а”$\}$,
$B = \{$слово состоит только из согласных букв$\}$.

1.1.22. В студенческом совете факультета один первокурсник Антонов, два второкурсника — Борисов, Васильев и два третьекурсника – Гришин, Денисов. Из них наудачу выбирают трёх человек на конференцию. Наблюдаемый результат — состав делегации.
$A = \{$все второкурсники выбраны на конференцию$\}$,
$B = \{$Васильев не выбран на конференцию$\}$.

1.1.23. Из цифр $1, 2, 3, 4, 5$ случайным образом (с возвращением, т.е. цифры могут повторяться) выбираются две. Наблюдаемый результат — двузначное число.
$A = \{$число делится на 3$\}$,
$B = \{$сумма цифр чётная$\}$.

1.1.24. В театральной кассе остались три билета на первый ряд с местами $1, 2, 3$ и два билета на второй ряд с местами $8, 9$. Два человека случайным образом покупают по одному билету. Наблюдаемый результат — пара купленных билетов, различающихся номером места и номером ряда.
$A = \{$куплены билеты на соседние места$\}$,
$B = \{$куплен хотя бы один билет во второй ряд$\}$.

1.1.25. В лифт четырёхэтажного дома на первом этаже вошли три пассажира. Каждый из них выходит случайным образом на любом этаже, начиная со второго. Наблюдаемый результат — тройка чисел (i, j, k), где i, j, k – но-

мера этажей, на которых вышли первый, второй и третий пассажиры.
$A = \{$все вышли на разных этажах$\}$,
$B = \{$двое вышли на одном этаже$\}$.

1.1.26. Из ящика, содержащего четыре пронумерованные детали наудачу последовательно и без возвращения извлекают все детали. Наблюдаемый результат — номера деталей, записанные в порядке извлечения.
$A = \{$деталь с номером 1 появилась первой$\}$,
$B = \{$деталь с номером 4 появилась сразу после детали с номером 3$\}$.

1.1.27. На стоянке из пяти мест случайным образом размещаются три автомобиля. Наблюдаемый результат — номера занятых мест.
$A = \{$два пустых места идут одно за другим$\}$,
$B = \{$заняты три места подряд$\}$.

1.1.28. Четыре студента: Иванов, Петров, Сидоров, Тимофеев занимают в случаайном порядке очередь в буфете. Наблюдаемый результат — порядок очереди.
$A = \{$Иванов и Петров оказались рядом$\}$,
$B = \{$между Ивановым и Петровым стоит один человек$\}$.

1.1.29. В ящике лежат три пары ботинок: жёлтые, чёрные, серые. Студент Иванов случайным образом вынимает два ботинка. Наблюдаемый результат — два вынутых ботинка, различающихся по ноге и цвету.
$A = \{$вынуты два ботинка на одну ногу$\}$,
$B = \{$вынуты ботинки одного цвета$\}$.

1.1.30. Из семи дней недели для занятий спортом случайным образом выбираются два дня. Наблюдаемый результат — выбранные дни.
$A = \{$выбран хотя бы один выходной$\}$,
$B = \{$выбран понедельник$\}$.
(Выходными считаются суббота и воскресенье).

1.2 Геометрическая вероятность.

Пример. Внутри квадрата $|x| < 1,\ |y| < 1$ наудачу выбирается точка с координатами (x, y). Найти вероятность события $A = \{|x| + |y| < 1\}$.

Решение.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

1.2.1. Из отрезка $[0, 4]$ случайным образом выбираются две точки: A и B. Найти вероятность того, что расстояние между ними меньше единицы.

1.2.2. Какова вероятность того, что сумма длин двух наудачу взятых отрезков, длина каждого из которых не превосходит 1 будет больше 1?

1.2.3. Из прямоугольного треугольника с острым углом 30° случайным образом выбирается точка. Какова вероятность того, что эта точка окажется внутри вписанной окружности?

1.2.4. На отрезок AB длиной 12 см наудачу ставится точка M. Найти вероятность того, что площадь прямоугольника со сторонами AM и MB больше 27 см^2.

1.2.5. Из равностороннего треугольника случайным образом выбирается точка. Какова вероятность того, что эта точка окажется внутри вписанной окружности?

1.2.6. Из квадрата случайным образом выбирается точка. Найти вероятность того, что она удалена от вершин квадрата на расстояние не меньшее половины длины стороны квадрата.

1.2.7. Выбираются случайным образом два числа x и y, $1 < x < 2$, $1 < y < 2$. Найти вероятность того, что их сумма меньше 3, а произведение больше 2.

1.2.8. На окружности единичного радиуса с центром в начале координат наудачу выбирается точка. Найти вероятность того, что проекция точки на ось абсцисс находится от центра на расстоянии, не превышающем 0.5.

1.2.9. Внутри квадрата с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ и $(0,1)$ наудачу выбирается точка с координатами (x, y). Найти вероятность события $A = \{x^2 < y < \sqrt{x}\}$.

1.2.10. На окружности единичного радиуса с центром в начале координат наудачу выбирается точка. Найти вероятность того, что расстояние от выбранной точки до точки с координатами $(1,0)$ не превышает 1.

1.2.11. Внутри квадрата с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ и $(0,1)$ наудачу выбирается точка с координатами (x, y). Найти вероятность того, что корни уравнения $a^2 + 2ax + y$ действительны.

1.2.12. Внутри круга случайным образом выбирается точка. Какова вероятность того, что эта точка попадёт внутрь правильного треугольника, вписанного в данный круг?

1.2.13. На окружности радиуса R наудачу выбираются две точки и соединяются хордой. Найти вероятность того, что длина хорды превысит $\sqrt{3}\,R$.

1.2.14. Наудачу выбираются три положительных числа $x < 1$, $y < 1$ и $z < 1$. Найти вероятность события $A = \{x + y + z > 1\}$.

1.2.15. Из отрезка AB длиной 10 см случайным образом выбирается точка M. Какова вероятность того, что площадь прямоугольного треугольника с катетами AM и MB меньше 12 см^2?

1.2.16. В круге $x^2 + y^2 < 4$ случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что координаты точки по абсолютной величине не превышают $\sqrt{3}$?

1.2.17. Из квадрата со стороной $\sqrt{3}$ случайным образом выбирается точка. Найти вероятность того, что она лежит вне круга радиуса 2, центр которого совпадает с центром квадрата.

1.2.18. Точка M случайным образом выбирается из квадрата со стороной 1. Какова вероятность того, что расстояние от точки M до ближайшей к ней стороны не превосходит $1/3$?

1.2.19. Внутри квадрата с вершинами $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$ наудачу выбирается точка с координатами (x, y). Какова вероятность того, что $\min(x, y) < 1/2$?

1.2.20. Точка M случайным образом выбирается из квадрата со стороной 3. Найти вероятность того, что расстояние от точки M до любой стороны не превосходит 2.

1.2.21. Из равнобедренного прямоугольного треугольника случайным образом выбирается точка. Какова вероятность того, что эта точка попадёт внутрь вписанного круга?

1.2.22. Из круга случайным образом выбирается точка. Какова вероятность того, что она принадлежит вписанному в круг прямоугольному треугольнику с острым углом 30°?

1.2.23. Внутри правильного треугольника случайным образом выбирается точка. Какова вероятность того, что она удалена от вершин треугольника более чем на половину длины стороны?

1.2.24. Точка M выбирается случайным образом из квадрата со стороной 8. Какова вероятность того, что расстояние от точки M до диагоналей квадрата не больше $3\sqrt{2}$?

1.2.25. Точка M выбирается случайным образом из квадрата со стороной 8. Какова вероятность того, что расстояние от точки M до диагоналей квадрата больше $\sqrt{2}$?

1.2.26. Наудачу выбираются два числа x и y такие, что $0 < x < 1$, $0 < y < 1$. Найти вероятность того, что $\max(x, y) > 1/2$.

1.2.27. Даны две концентрические окружности радиусов R и $\sqrt{3}\,R$. На большей окружности наудачу ставятся две точки A и B. Какова вероятность того, что отрезок AB не пересечёт малую окружность?

1.2.28. На диаметре окружности радиуса R наудачу выбирается точка — середина хорды, перпендикулярной диаметру. Найти вероятность того, что длина полученной хорды превзойдёт $\sqrt{3}\,R$.

1.2.29. На отрезок $|AB|$ наудачу ставится точка X. Пусть x – координата этой точки. Затем на отрезок $|AX|$ наудачу ставится точка Y с координатой y. Какова вероятность того, что расстояние между точками X и Y меньше половины длины отрезка $|AB|$?

1.2.30. В круге радиуса R случайным образом выбирается точка — середина хорды. Найти вероятность того, что длина хорды больше $\sqrt{3}\,R$.

1.3 Классическая вероятность.

1.3.1. Цифры $1, 2, \ldots, 9$ записываются в случайном порядке. Чему равна вероятность того, что на чётных местах будут стоять чётные цифры?

1.3.2. В купейный вагон (9 купе по 4 места) вошли двое пассажиров. Считая, что они размещаются в вагоне случайным образом, определить вероятность того, что пассажиры попали в одно купе.

1.3.3. На полку в случайном порядке ставят пятитомник А.С. Пушкина. Какова вероятность того, что в начале будет стоять первый том, а в конце - пятый?

1.3.4. Работа каждого из четырёх учеников может проверяться одним из семи учителей. какова вероятность, что все работы проверены разными учителями?

1.3.5. В первом ряду кинотеатра, состоящем из десяти мест случайным образом занимают места три человека. Какова вероятность, что они сидят рядом?

1.3.6. Десять человек входят в комнату, где имеется 7 стульев и рассаживаются случайным образом. Какова вероятность, что два определённых лица окажутся без места?

1.3.7. Группа, состоящая из 10 мальчиков и 10 девочек делится случайным образом на две равные части. Найти вероятность того, что в каждой части число мальчиков и девочек одинаково.

1.3.8. Иванов, Петров и ещё 8 человек стоят в очереди. Какова вероятность того, что Иванов и Петров отделены друг от друга тремя лицами.

1.3.9. Каждый из трёх пассажиров с равной вероятностью может сесть в любой из 10 вагонов пассажирского поезда. Чему равна вероятность, что все трое попадут в первые пять вагонов?

1.3.10. Две рукописи разложены по восьми папкам, т.е. на каждую рукопись отведено четыре папки. Случайным образом отобрано шесть папок. Какова вероятность, что в них не содержится целиком ни одной рукописи?

1.3.11. Девять мужчин, среди которых Иванов и Петров размещаются случайным образом в гостинице в три трёхместных номера. Какова вероятность того, что Иванов и Петров попадут в один номер?

1.3.12. Десять вариантов контрольной работы случайным образом распределяются среди восьми студентов, сидящих в одном ряду. Найти вероятность того, что первый и второй варианты достанутся рядом сидящим студентам.

1.3.13. Пять мужчин и пять женщин случайным образом рассаживаются в ряд на десять мест. Какова вероятность того, что никакие два мужчины не сидят рядом?

1.3.14. Каждый из восьми станков обслуживается одним оператором. В штатном составе имеется шесть операторов. Назначение оператора на данный станок производится наудачу. Найти вероятность того, что первые три станка будут обслужены.

1.3.15. Группа из восьми человек занимает места за круглым столом в случайном порядке. Какова вероятность того, что два определённых лица окажутся рядом?

1.3.16. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью может выйти на любом этаже, начиная со второго. Какова вероятность того, что все пассажиры выйдут на разных этажах?

1.3.17. Гардеробщица выдала одновременно номерки шести студентам. После этого она перепутала их куртки и повесила наугад. Найти вероятность того, что ровно два студента получат свои куртки.

1.3.18. Двенадцать мест стоянки автомобилей расположены в один ряд. На стоянке случайным образом размещены восемь автомобилей. Какова вероятность того, что четыре пустых места следуют одно за другим?

1.3.19. Из чисел $1, 2, \ldots, 9$ наудачу выбирают два числа. Какова вероятность, что одно из них меньше четырёх, а другое — больше четырёх?

1.3.20. Концерт состоит из трёх песен, четырёх танцев и двух музыкальных пьесс. Програма концерта составляется случайным образом. Определить вероятность того, что песни окажутся в начале программы, а танцы — в конце.

1.3.21. Для проверки шести магазинов нужны три ревизора, каждый из которых должен проверить два магазина. Какова вероятность того, что при случайном распределении объектов первый ревизор будет проверять первые два магазина?

1.3.22. Какова вероятность того, что четырёхзначный номер случайно взятого автомобиля имеет две пары одинаковых цифр (предполагается, что номер может состоять и из одних нулей)?

1.3.23. Ребёнок ставит на шахматную доску две ладьи - белую и чёрную. Какова вероятность того, что ладьи не побьют друг друга?

1.3.24. Наудачу выбирается пятизначное число. Какова вероятность того, что оно одинаково читается слева направо и справа налево?

1.3.25. Десять команд разбиваются на две подгруппы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в одной подгруппе.

1.3.26. Телефонная книга раскрывается наудачу и выбирается случайный номер телефона. Считая, что телефонные номера состоят из шести цифр, причём все комбинации цифр равновероятны, найти вероятность того, что номер содержит две цифры 5, две цифры 1 и две цифры 2.

1.3.27. Среди десяти участников игры разыгрывается шесть призов. Каждый очередной приз разыгрывается между всеми участниками. Определить вероятность того, что первые 6 человек получат по одному призу.

1.3.28. Бросаются 6 игральных костей. Найти вероятность того, что выпадут три единицы, две тройки и одна шестёрка.

1.3.29. Пассажирский поезд состоит из двух багажных вагонов, четырёх плацкартных и трёх купированных. Вагоны сцепляются произвольным образом. Какова вероятность того, что багажные вагоны окажутся в начале, а купированные — в конце поезда?

1.3.30. Семь яблок, три груши и четыре апельсина раскладываются случайным образом в два пакета так, чтобы в каждом было одинаковое количество фруктов. Какова вероятность того, что в каждом пакете будет по два апельсина?

1.4 Независимость событий. Условная вероятность.

1.4.1. Брошены две игральные кости. Какова вероятность, что на них выпало одинаковое число очков, если известно, что сумма выпавших очков делится на три?

1.4.2. Из урны, содержащей три белых и семь красных шаров наудачу последовательно и без возвращения извлекаются два шара. Найти вероятность того, что первый шар белый, если известно, что по крайней мере один из вынутых шаров белый?

1.4.3. Брошены последовательно три монеты. Определить зависимы или независимы события:
$A = \{$на первой монете выпал герб$\}$,
$B = \{$выпала хотя бы одна решётка$\}$.

1.4.4. На шахматную доску ставят два слона: белого и чёрного. Какова вероятность, что они не побьют друг друга, при условии, что белый слон попадёт на одно из крайних полей доски.

1.4.5. Из колоды в 36 карт вынимают одну. Определить зависимы или независимы события:
$A = \{$карта оказалась тузом$\}$,
$B = \{$вынута карта чёрной масти$\}$.

1.4.6. Из цифр $1, 2, 3, 4, 5$ сначала вычёркивают случайным образом одну, а потом — ещё одну. Найти вероятность того, что вторая цифра нечётная, при условии, что первая чётная.

1.4.7. По ведомости о расходе запасных частей было установлено, что при ремонте автомобильных двигателей деталь 1 заменялась в среднем в 36% случаях, деталь 2 — в 42% случаях, а обе детали одновременно — в 30% случаях. Найти вероятность того, что при ремонте двигателя деталь 2 будет заменена, при условии, что деталь 1 заменена.

1.4.8. Результаты экзамена в некоторой группе показывают, что 8% студентов не сдали математику, 6% — физику и 2% — математику и физику вместе. Наугад выбирается один студент. Будут ли события “студент не сдал математику” и “студент не сдал физику” независимыми?

1.4.9. Дважды бросается игральная кость. Найти вероятность того, что при первом бросании выпала единица, при условии, что сумма выпавших очков не превосходит четырёх.

1.4.10. Подбрасываются три игральные кости. Найти вероятность того, что хотя бы на одной грани шестёрка, при условии, что на трёх костях выпали разные грани.

1.4.11. На шахматную доску наудачу ставят черную и белую ладью. Какова вероятность, что ладьи нападают друг на друга, при условии, что они стоят на клетках разного цвета?

1.4.12. Дважды бросается игральная кость. Какова вероятность, что при втором бросании выпала пятёрка, при условии, что сумма выпавших очков не меньше десяти?

1.4.13. Из 100 карточек с числами $00, 01, \ldots, 98, 99$ случайно выбирается одна. Какова вероятность,что сумма цифр на карточке равна 9, при условии, что их произведение равно 0?

1.4.14. Из полного набора домино (28 штук) случайным образом извлекают одну кость. Будут ли события “вынут дубль” и “вынута кость с шестью очками” зависимы?

1.4.15. Из колоды в 36 карт извлекают одну. Будут ли события “вынут туз” и “вынута картинка” зависимы?

1.4.16. Из множества чисел $\{1, 2, \ldots, 9\}$ случайным образом, без возвращения, выбирают два числа. Найти вероятность того, что разность этих чисел равна единице, если известно, что первое число меньше второго.

1.4.17. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков не меньше семи, если известно, что их разность меньше трёх?

1.4.18. Дважды бросается игральная кость. Будут ли события “число очков, выпавших при первом бросании, делится на два” и “сумма числа очков, выпавших при первом и втором бросании делится на два” независимыми?

1.4.19. Из гаража в случайном порядке последовательно выезжают три автобуса маршрута №1 и 4 автобуса маршрута №2. Найти вероятность того, что вторым по порядку на линию выйдет автобус маршрута №2, если первым вышел автобус маршрута №1.

1.4.20. Пятизначное число образовано при помощи перестановки трёх четвёрок и двух троек. Все размещения цифр равновозможны. Найти вероятность того, что все тройки стоят рядом, при условии, что полученное число чётное.

1.4.21. Из полного набора домино последовательно извлекают две кости. Найти вероятность того, что вторую кость можно приставить к первой, при условии, что первая — дубль.

1.4.22. Из колоды в 36 карт последовательно извлекают две карты. Найти вероятность того, что обе карты красной масти, при условии, что первая карта красной масти.

1.4.23. В семье двое детей. Считая, что рождение мальчика и девочки независимые и равновозможные события, вычислить вероятность того, что оба ребёнка мальчики, если известно, что в семье есть мальчик.

1.4.24. Известно, что при бросании 4-х игральных костей, появилась по крайней мере одна единица. Какова вероятность того, что появилось две единицы или более?

1.4.25. 20 мальчиков поехали на пикник. При этом 5 из них обгорели, 8 были сильно покусаны комарами, а 10 остались всем довольны. Какова вероятность того, что обгоревший мальчик не был покусан комарами?

1.4.26. 180 студентов одного курса сдавали экзамены по математике и физике. 15 из них не сдали экзамен по физике, 10 — не сдали экзамен по математике, и 5 — не сдали оба экзамена. Найти вероятность того, что студент, не сдавший экзамен по физике, не сдал также экзамен по математике.

1.4.27. Монета бросается несколько раз либо до выпадения первого герба, либо до четырёхкратного выпадения цифры. Найти вероятность того, что монета была брошена четыре раза, если известно, что в первых двух бросаниях выпала цифра.

1.4.28. В семье, имеющей четырёх детей, есть одна девочка. Считая, что рождение мальчика и девочки независимые и равновозможные события, найти вероятность того, что в этой семье имеется в точности две девочки.

1.4.29. Из урны, в которой лежат 3 шара с номерами 1, 2 и 12 вынимается один шар. Будут ли события “вынут шар с цифрой 1” и “вынут шар с цифрой 2” независимыми?

1.4.30. Согласно переписи населения, проведенной в Англии в 1831 году, темные глаза у отца и сына наблюдались в 5%; светлые у отца и сына — в 78.2%; темные у отца, светлые у сына — в 7.9%; а светлые у отца, темные у сына — в 8.9% случаев. Найти вероятность того, что у сына темные глаза, при условии, что у отца тоже темные.

1.5 Вероятности сложных событий.

1.5.1. Из урны, содержащей 3 белых, 5 чёрных и 2 красных шара два игрока поочерёдно извлекают по одному шару без возвращения. Выигрывает тот, кто первым вынет белый шар. Если появляется красный шар, то обьявляется ничья. Найти вероятность выигрыша для первого игрока.

1.5.2. Ведётся стрельба по удаляющейся цели. При каждом выстреле вероятность попадания уменьшается вдвое, для первого выстрела она составляет 0.8. Сделано четыре выстрела. Найти вероятность ровно двух попаданий.

1.5.3. Швее потребовались жёлтые нитки. Она начинает случайным образом последовательно без возвращения извлекать по одной катушке из коробки, содержащей 6 катушек с белыми и 4 — с жёлтыми нитками. Найти вероятность того, что ей придётся извлечь не менее трёх катушек.

1.5.4. Отрезок разделён на три равные части. На этот отрезок наудачу брошены три точки. Найти вероятность того, что на каждую из трёх частей отрезка попадёт по одной точке.

1.5.5. Только один из 10 ключей подходит к данной двери. Найти вероятность того, что придётся опробовать не более четырёх ключей.

1.5.6. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на двух выпавших гранях появится одинаковое число очков, а на третьей грани – другое число очков.

1.5.7. Студент может уехать в институт или автобусом, который ходит через каждые 20 минут, или троллейбусом, который ходит через каждые 7 минут. Какова вероятность того, что студент, подошедший к остановке, уедет в течении ближайших 5 минут?

1.5.8. Вытачивается деталь прибора в виде прямоугольного параллелепипеда. Деталь считается годной, если длина каждого из её рёбер отклоняется от заданных размеров не более, чем на 0.01 мм. Вероятность отклонений, превышающих 0.01 мм составляет по длине 0.08, по ширине — 0.12, по высоте — 0.1. Найти вероятность непригодности детали.

1.5.9. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачёт считается сданным, если студент ответит не менее чем на три из четрёх поставленных в билете вопросов. Какова вероятность, что студент сдаст зачёт?

1.5.10. Сколько раз нужно бросить пару игральных костей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0.5, хотя бы один раз появилась сумма очков, равная 12.

1.5.11. Из 12 билетов, пронумерованных числами от 1 до 12, наудачу, один за другим выбирают три билета. Найти вероятность того, что один из номеров чётный, а два — нечётные.

1.5.12. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что корреспондент примет первый вызов равна 0.2, второй — 0.3, третий — 0.4. Найти вероятность того, что корреспондент услышит радиста.

1.5.13. Два игрока поочерёдно бросают монету. Выигрывает тот, у кого раньше появится герб. Игра ограничена тремя бросаниями для каждого из игроков. Если герб не появляется, то выигравшим считается первый игрок. Найти вероятность выигрыша для каждого игрока.

1.5.14. Рассеянная секретарша написала 3 деловых письма, вложила их в конверты и по рассеянности написала адреса случайным образом. Какова вероятность, что хотя бы одно письмо попадёт по назначению.

1.5.15. Два игрока трижды подбрасывают по монете. Определить вероятность того, что хотя бы один раз у них совпадут результаты бросания.

1.5.16. Из урны, содержащей 9 шаров с номерами от 1 до 9, последовательно вынимают два шара, причём первый шар возвращают, если его номер не равен 1. Определить вероятность того, что шар с номером 2 будет вынут вторым.

1.5.17. Найти вероятность того, что при случайном распределении трёх шаров по трём урнам одна урна будет свободна.

1.5.18. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0.38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0.8.

1.5.19. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить 4 бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны 0.3; 0.4; 0.6; 0.7.

1.5.20. Возле университета останавливаются троллейбусы №2, №8, №9, №10, №11. Студент ждёт троллейбус №2 или №8. Известно, что среди 45 троллейбусов, курсирующих через эту остановку, имеется 6 троллейбусов маршрута №2 и 9 троллейбусов маршрута №8. Найти вероятность того, что первым подойдёт к остановке нужный троллейбус. Предполагается равновероятным появление на остановке любого из 45 троллейбусов.

1.5.21. Два стрелка по очереди стреляют в мишень, причём у каждого из них по два выстрела. Попавший первым получает приз. Найти вероятность получения приза для каждого стрелка, если вероятноять попадания при одном выстреле для первого равна 0.3, а для второго — 0.4.

1.5.22. Три студента разыгрывают приз. Они бросают по монете. Приз получает тот, чья монета упадёт не той стороной, которой она выпала у двух других. Если же все три монеты выпадут одной стороной, то бросания повторяются. Какова вероятность того, что приз не будет разыгран в первых двух бросаниях? Какова вероятность того, что при первом бросании приз достанется одному из студентов?

1.5.23. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трёх выстрелах равна 0.875. Найти вероятность попадания при одном выстреле.

1.5.24. Для экзамена студент должен подготовить ответы на две серии по пять вопросов в каждой серии. Он подготовил четыре вопроса из первой серии и три вопроса из второй. Экзаменатор задаёт три вопроса (два из них выбираются случайно из одной серии, а один — из другой), причём то, из какой серии выбираются два вопроса, а из какой — один, экзаменатор решает наугад. Какова вероятность того, что студент ответит на все три вопроса? Только на два вопроса?

1.5.25. В очереди за билетами стоимостью 5 рублей стоят 6 человек, из которых 3 человека имеют деньги только пятирублёвого достоинства, а 3 человека — только десятирублёвого. В кассе до продажи билетов денег нет. Какова вероятность, что никому из очереди не придётся ожидать сдачи?

1.5.26. Два студента A и B разыгрывают приз. Бросается монета. Если она падает гербом вверх, A получает очко, в противном случае очко получает B. Тот, кто первым наберёт 3 очка, получает приз. Найти вероятность выигрыша A.

1.5.27. Три команды A_1, A_2, A_3 спортивного общества A состязаются соответственно с тремя командами B_1, B_2, B_3 общества B. Вероятности того, что команды общества A выиграют матчи у команд общества B равны: при встрече A_1 с B_1 — 0.8, A_2 с B_2 — 0.4, A_3 с B_3 — 0.4. Для победы необходимо выиграть не менее двух матчей из трёх (ничьих не бывает). Победа какого общества вероятнее?

1.6 Формула полной вероятности. Формула Байеса.

1.6.1. Из 10 монет одна имеет герб с обеих сторон, а остальные монеты — с одной. Наугад выбранную монету бросают три раза. Какова вероятность того, что при всех бросаниях она упадёт гербом вверх?

1.6.2. В группе спортсменов 10 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму равна: для лыжника — 0.9, для велосипедиста — 0.8, для бегуна — 0.75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наугад, выполнит норму.

1.6.3. В телевизионном ателье 4 кинескопа. Вероятности того, что кинескопы выдержат гарантийный срок службы, соответственно равны 0.8, 0.85, 0.9, 0.95. Найти вероятность того, что наудачу взятый кинескоп выдержит гарантийный срок службы.

1.6.4. Из полного набора костей домино наудачу извлечена кость. Найти вероятность того, что вторую наудачу извлечённую кость можно приставить к первой.

1.6.5. Определить вероятность того, что 100 ламп, взятых наудачу из 1000, окажутся исправными, если известно, что число испорченных ламп из этого количества может составлять с одинаковой вероятностью от 0 до 5.

1.6.6. По самолёту производится 3 одиночных выстрела с вероятностями попаданий 0.5, 0.6 и 0.8 соответственно. Самолёт выходит из строя при трёх попаданиях с вероятностью 1, при двух — с вероятностью 0.6, при одном — с вероятностью 0.3. Найти вероятность того, что самолёт будет сбит.

1.6.7. Трое охотников одновременно выстрелили по медведю, который был убит одной пулей. Определить вероятности того, что медведь был убит первым, вторым или третьим охотником, если вероятности попадания для них равны 0.2, 0.4, 0.6 соответственно.

1.6.8. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело пять дорог. Известно, что для различных дорог вероятности выхода из леса за час соответственно равны 0.6, 0.3, 0.2, 0.1, 0.1. Найти вероятность того, что заблудившийся пошёл по первой дороге, если известно, что он вышел из леса через час.

1.6.9. 60% студентов факультета — юноши. 80% студентов и 75% студенток имеют пригласительные билеты на факультетский вечер. В деканат принесли кем-то потерянный билет. Какова вероятность, что он принадлежал юноше?

1.6.10. Три дочери — Катя, Аня и Маша моют тарелки. Старшая, Катя, моет 40% тарелок, Аня и Маша — по 30% тарелок. Для Кати вероятность разбить тарелку равна 0.02, для Ани — 0.03, для Маши — 0.04. Родители слышат звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что тарелку разбила Маша?

1.6.11. Компания по страхованию автомобилей разделяет водителей по трем классам: класс A (мало рискует), класс B (рискует средне), класс C (рискует сильно). Компания предполагает, что из всех водителей, застрахованных у нее, 30% принадлежит к классу A, 50% — к классу B, 20% — к классу C. Вероятность попасть в автомобильную катастрофу в течении 12 месяцев для класса A равна 0.01, для класса B — 0.03, для C — 0.1. Мистер Джонс страхует свою машину в этой компании и в течении 12 месяцев попадает в автомобильную катастрофу. Какова вероятность, что он относится к классу A?

1.6.12. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 3 : 2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина равна 0.1; для легковой машины эта вероятность равна 0.2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

1.6.13. Студент, живущий в пригороде, может возвращаться домой на автобусе или электричке. В $1/3$ случаев студент выбирает автобус, а в $2/3$ — электричку. Если он едет на автобусе, то в 75% всех случаев возвращается домой к 6 часам вечера, если же он едет на электричке, то только в 70% случаев возвращается домой к 6 часам вечера. Однажды студент вернулся домой к 6 часам вечера. Какова вероятность, что он ехал на электричке?

1.6.14. При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки в отношении $1 : 3 : 6$. При попадании в бронетранспортёр крупный осколок пробивает броню с вероятностью 0.9; средний — 0.3, мелкий — 0.1. Какова вероятность, что попавший в броню осколок пробъёт её?

1.6.15. При передаче сообщения сигналами “точка” и “тире”, эти сигналы встречаются в отношении $5/3$. Статистические свойства помех таковы, что искажаются в среднем $2/5$ сообщений “точка” и $1/3$ сообщений “тире”. Найти вероятность того, что произвольный из принятых сигналов не искажён.

1.6.16. При переливании крови надо учитывать группы крови донора и больного. Человеку с четвёртой группой можно перелить кровь любой группы, человеку со второй и третьей группой крови можно перелить кровь или той же группы или первой, человеку с первой группой можно перелить только кровь первой группы. Среди населения 33.7% имеют первую группу, 37.5% — вторую, 20.9% — третью, 7.9% — четвёртую. Найти вероятность того, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора.

1.6.17. В стройотряде 70% первокурсников и 30% второкурсников. Среди первокурсников 10% девушек, а среди второкурсников — 5% девушек. Все девушки по очереди дежурят на кухне. Найти вероятность того, что в случайно выбранный день на кухне дежурит первокурсница.

1.6.18. Надёжность определения туберкулёза при рентгеновском просвечивании грудной клетки составляет 90% (т.е. 10% носителей туберкулёза остаются неопознанными). Вероятность того, что у здорового человека будет ошибочно определён туберкулёз составляет 1%. Просвечиванию была подвергнута большая группа людей со средним процентом больных, равным 0.1%. Какова вероятность того, что человек, признанный больным, действительно является носителем туберкулёза?

1.6.19. Среди 64 клеток шахматной доски выбирают наудачу две различные клетки и ставят на них два коня разного цвета. Какова вероятность того, что они не будут бить друг друга?

1.6.20. В ящике лежат 20 теннисных мячей, в том числе 15 новых и 5 играных. Для игры наудачу выбираются 2 мяча и после игры возвращаются обратно. Затем для второй игры также наудачу извлекаются ещё два мяча. Какова вероятность, что вторая игра будет проводиться новыми мячами?

1.6.21. Студент знает только 10 из 25 экзаменационных билетов. В каком случае его шансы получить знакомый билет выше, когда он тянет билет первым или вторым по счёту?

1.6.22. Три стрелка производят по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятности попадания соответственно равны 0.9, 0.8, 0.75. Какова вероятность того, что второй стрелок промахнулся, если в мишени две пробоины?

1.6.23. Число бракованных микросхем в партии из 1000 штук априори считается равновозможным от 0 до 3. Наудачу опробовали 100 микросхем, оказавшихся исправными. Какова вероятность того, что все схемы в данной партии исправны.

1.6.24. Вероятность того, что в некотором производстве изделие удовлетворяет стандарту, равна 0.96. Предполагается упрощённая система испытаний, которая для стандартных изделий даёт положительный результат с вероятностью 0.98, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту, с вероятностью 0.05. Какова вероятность того, что изделие, выдержавшее испытание, удовлетворяет стандарту?

1.6.25. При исследовании больного имеется подозрение на одно из трёх заболеваний: A_1, A_2, A_3. Их вероятности равны соответственно 1/2, 1/6, 1/3. Для уточнения диагноза назначен некоторый анализ, дающий положительный результат с вероятностью 0.1 в случае заболевания A_1, с вероятностью 0.2 — в случае заболевания A_2, с вероятностью 0.9 — в случае заболевания A_3. Анализ дал положительный результат. Найти вероятность каждого заболевания.

1.6.26. Две из четырёх независимо работающих ламп прибора отказали. Найти вероятность того, что отказали первая и вторая лампы, если вероятности отказа ламп соответственно равны 0.1, 0.2, 0.3, 0.4.

1.6.27. В пяти одинаковых коробках упакованы ракеты для фейерверка. В трёх из них синий цвет дают 70% ракет, остальные дают оранжевый цвет. В двух других оранжевый цвет дают 70% ракет, остальные синий. Пиротехник из случайной коробки взял случайную ракету. Какова вероятность того, что она даёт синий цвет?

1.6.28. Предположим, что 5% новорождённых мальчиков и 1% новорождённых девочек страдает наследственным дальтонизмом, и что 51% новорождённых — мальчики. Научный работник, изучающий дальтонизм, выбирает наугад одного новорождённого, страдающего этой болезнью. Какова вероятность того, что этим новорождённым окажется девочка?

1.6.29. Для приёма зачёта преподаватель подготовил 50 задач по дифференциальному исчислению и 30 задач по интегральному исчислению. Для сдачи зачёта студент должен решить доставшуюся ему наугад задачу. Какова вероятность для студента сдать зачёт, если он умеет решать 39 задач по дифференциальному исчислению и 25 задач по интегральному?

1.6.30. Телевизор принимает 4 канала с номерами 1, 2, 3 и 4, каждый из которых показывает мультфильмы в течении 1-го, 2-х, 3-х и 4-х часов соответственно в 20-ти часовом воскресном эфире. В случайный момент времени телевизор включают на случайном канале. Найти вероятность того, что включён 3-й канал, если оказалось, что:

- идёт мультфильм,
- не идёт мультфильм.

1.6.31. Нью-Йоркский брокер считает, что процентные ставки падают при росте доллара в 80% случаев, а если доллар не растёт — в 10% случаев; а также что уровень цен на бирже растёт если процентные ставки падают —

в 85% случаев, а если ставки не падают - в 10% случаев. Какова по его мнению вероятность роста цен, если он оценивает вероятность роста доллара в 0.7?

1.6.32. Из колоды в 36 карт одна потеряна. Высказывается предположение, что это пика, для проверки чего из колоды случайным образом вытягиваются две карты, и обе они оказываются пиками. Какова вероятность того, что потеряна все-таки пика?

1.7 Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.

1.7.1. Вратарю забивают в среднем 80% всех одиннадцатиметровых штрафных ударов. Какова вероятность того, что он пропустит три из пяти послематчевых пенальти?

1.7.2. В семье 5 детей. Найти вероятность того, что среди этих детей не более двух мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0.51.

1.7.3. Байт памяти компьютера — это 8-разрядное двоичное число. Если значения 0 и 1 в каждом разряде появляются с равной вероятностью, то какова вероятность того, что в двоичной записи ровно 4 единицы.

1.7.4. Вероятность получения отметки цели на экране обзорного радиолокатора при одном обороте антенны равна $1/6$. Цель считается обнаруженной, если получены 3 отметки. Какова вероятность, что цель будет обнаружена не более, чем за пять оборотов антенны?

1.7.5. Гирлянда для ёлки состоит из десяти лампочек, включённых в цепь последовательно. Вероятность для любой лампочки перегореть за время праздников равна 0.04. Определить вероятность выхода из строя гирлянды за это время.

1.7.6. Обречённым пациентам в качестве последнего шанса предлагают опасную операцию, в результате которой выживают 60% всех оперированных. Какова вероятность того, что 3 из 5 оперированных пациентов выживут?

1.7.7. Великий польский математик Банах курил трубку, и, чтобы не искать спички, носил по коробку в левом и правом карманах. Считаем, что очередная спичка достаётся случайным образом (независимо от предыдущих) из любого кармана с вероятностью $1/2$. Пусть сначала в каждом коробке было по 5 спичек, в некоторый момент в одном из них спички кончились. Чему равна вероятность того, что в другом коробке осталась одна спичка?

1.7.8. Матч на первенство мира по щахматам между Карповым и Каспаровым проводился до 6 побед одного из участников (ничьи не учитывались). Считая противников равными по силе найти вероятность того, что проигравший в момент окончания матча выиграл 4 партии.

1.7.9. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть не менее двух партий из четырёх или не менее трёх партий из шести? Ничьи во внимание не принимаются.

1.7.10. В коробке 10 дискет, из них 6 пустых, а остальные — полностью заполнены. Случайным образом достают дискету для записи небольшого файла. Какова вероятность, что в 3 случаях из 5 в такой ситуации попадётся пустая?

1.7.11. Найти вероятность того, что четырёхзначный номер первой встретившейся автомашины содержит ровно две пятёрки.

1.7.12. Отрезок AB разделён точкой C в отношении $2 : 1$. На этот отрезок наудачу брошены 4 точки. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки C, и две — правее. Вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка.

1.7.13. На отрезок AB длины x наудачу брошены пять точек. Определить вероятность того, что две точки будут находиться от точки A на расстоянии, меньшем $x/3$, а три — на расстоянии, большем $x/3$. Вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка.

1.7.14. Отрезок разделён на четыре равные части. На отрезок наудачу брошено восемь точек. Найти вероятность того, что на каждую из четырёх частей отрезка попадёт по две точки.

1.7.15. Сравнить шансы на успех у двух человек, если первому надо получить хотя бы одну шестёрку при бросании игральной кости шесть раз, второму — не менее двух шестёрок при 12 бросаниях.

1.7.16. В круг вписан квадрат. Какова вероятность того, что из 10 точек, брошенных наудачу внутрь круга, четыре попадут в квадрат?

1.7.17. Пара одинаковых игральных костей бросается 7 раз. Какова вероятность того, что сумма очков, равная 7 выпадет дважды?

1.7.18. Вероятность того, что покупателю потребуется обувь 40-го размера, равна 0.4. В обувной отдел вошли трое покупателей. Найти вероятность того, что по крайней мере двум из них потребуется обувь 40-го размера.

1.7.19. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказа каждого из элементов за время T одинаковы и равны 0.2. Найти вероятность отказа прибора, если для этого достаточно, чтобы отказали хотя бы три элемента из восьми.

1.7.20. Путём длительных наблюдений установлено, что в данной местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Что вероятнее: из восьми наудачу взятых дней сентября будет два дождливых или три дождливых дня?

1.7.21. Испытание залючается в бросании трёх игральных костей. Найти вероятность того, что в пяти независимых испытаниях ровно два раза выпадет по три единицы.

1.7.22. Обрабатываемые на станке детали сортируются по размерам на две группы. Каждая очередная деталь независимо от предыдущих с равными вероятностями попадает в первую или вторую группу. Для каждой группы приготовлено по ящику, в которые помещается 8 деталей. Какова вероятность того, что в момент, когда очередную деталь будет некуда класть, в другом ящике будет 5 деталей?

1.7.23. По каналу связи передаётся сообщение из нулей и единиц. Из-за помех вероятность правильной передачи знака равна 0.55. Для повышения вероятности правильной передачи каждый знак сообщения повторяют 5 раз. Полагают, что последовательности из 5 принятых знаков в сообщении соответствует знак, составляющий в ней большинство. Найти вероятность правильной передачи одного знака при 5-кратном повторении.

1.7.24. Рабочий обслуживает 12 однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего в течении промежутка времени T, равна $1/3$.

Чему равна вероятность того, что 4 станка за время T потребуют к себе внимания рабочего?

1.7.25. Урна содержит 4 красных и 6 белых шаров. Наугад три раза вынимают по одному шару, запоминают цвет и кладут обратно. Какова вероятность вынуть два белых шара?

1.7.26. Одна треть юношей, поступивших в институт, имеет рост не ниже 175 см. В одной комнате общежития живут четверо юношей. Чему равна вероятность того, что рост по крайней мере троих из них меньше 175 см?

1.7.27. Тест состоит из 6 вопросов. На каждый вопрос дано три возможных ответа, среди которых необходимо выбрать один правильный. Какова вероятность того, что методом простого угадывания удастся ответить по крайней мере на пять вопросов?

1.7.28. Школьник для прохождения тестирования по математике должен рещить 18 из 20 задач. Он правильно решил 15 задач, а на остальные из-за нехватки времени отвечает наобум. Какова вероятность пройти тестирование, если к каждой задаче даётся пять вариантов ответа и только один из них правильный?

1.7.29. Из последовательности чисел $1, 2, \dots, 99, 100$ выбираются наугад с возвращением 10 чисел. Чему равна вероятность того, что среди них кратных 7 будет не более двух?

1.7.30. Две трети всех секретарей большого стенографического бюро имеют права водителя автомобиля. Для участия в поездке случайным образом выбирают 5 секретарей. Какова вероятность того, что по крайней мере двое из них имеют права?

1.7.31. На испытательный стенд поставлено 4 конденсатора. Вероятность пробоя конденсатора в течении 1000 часового испытания равна 0.1. Найти вероятность отказа трёх конденсаторов.

1.7.32. На контроль поступила партия деталей из цеха. Известно, что 5% всех деталей не удовлетворяет стандарту. Сколько нужно испытать деталей, чтобы с вероятностью не менее 0.95 обнаружить хотя бы одну нестандартную деталь?

1.7.33. Три кандидата участвуют в выборах на три разные должности. Шансы оказаться избранным для каждого из них равны $1/3$. Какова вероятность того, что будет избран по крайней мере один из них?